

EKSPERIMENTALNA ANALIZA ZAVISNOSTI INTENZITETA AKSIJALNE SILE I FREKVENCije POPREČNIH OSCILACIJA GREDE

EXPERIMENTAL ANALYSIS OF THE DEPENDENCE OF AXIAL FORCE INTENSITY AND FREQUENCY OF TRANSVERSE BEAM OSCILLATIONS

v.as.mr. Amel Karić, r.prof.dr.sc. Elma Ekinović
Mašinski fakultet Univerziteta u Zenici
Zenica

REZIME

Zavisnost intenziteta pritiskne ili zatezne aksijalne sile i vrijednosti frekvencije oscilovanja je poznat pojam na kojem se zasnivaju mnogi procesi kao što je promjena visine zvuka žice na gitari prilikom zatezanja i sl. U tehničkoj praksi navedeno je moguće primijeniti na određivanje vrijednosti zatezne sile u nekom aksijalno opterećenom elementu mjerenjem promjene njegove sopstvene frekvencije oscilovanja. U ovom radu provedena je eksperimentalna analiza navedene zavisnosti mjerenjem vrijednosti sopstvene frekvencije oscilovanja za različite geometrijske karakteristike greda i za različite vrijednosti aksijalne sile. Nakon toga na osnovu eksperimentalnih podataka razvijen je regresionom analizom funkcijski model zavisnosti, te je urađena analiza tačnosti i pouzdanosti modela.

Ključne riječi: frekvencija, aksijalna sila, model, regresiona analiza

ABSTRACT

The dependence of intensity of compressive or tensile axial force and the natural frequency is a well-known term on which many processes are based, such as changing the pitch of a string on a guitar with tensioning, etc. In technical practice, the above can be applied to determine the value of the tensile force in an axially loaded element by measuring the change in its own oscillation frequency. In this paper, an experimental analysis of this dependence was performed by measuring the values of the natural frequency of oscillation for beams with different geometrical characteristics and for different values of axial force. After that, on the basis of experimental data, a functional model of dependence was developed by applying regression analysis, and later analysis of the accuracy and reliability of the developed model was performed.

Keywords: frequency, axial force, model, regression analysis

1. UVOD

Sopstvena frekvencija oscilovanja je karakteristika tijela koja govori o tome kojom frekvencijom će oscilovati to tijelo ukoliko se izvede iz ravnotežnog položaja i pusti da slobodno osciluje. Teoretski, vrijednost sopstvene frekvencije općenito zavisi od mase i krutosti posmatranog tijela. U ovom radu istraživanje je usmjereno na to kako na promjenu vrijednosti sopstvene frekvencije utječe aksijalno opterećenje kojem je izložen element oblika grede.

Vjerovatno najpoznatiji primjer zavisnosti frekvencije oscilovanja od aksijalne sile jeste promjena visine zvuka žice na gitari pri promjeni njene zategnutosti. Ukoliko se žica zateže, zvuk koji ona proizvodi svojim oscilovanjem postaje viši (ima veću frekvenciju), a ukoliko se otpušta, zvuk postaje dublji (zvuk niže frekvencije).

Promjena sopstvene frekvencije posebno je značajna kod elemenata koji trpe pritisna opterećenja, gdje pri dejstvu pritisnog opterećenja dolazi do smanjenja sopstvene frekvencije oscilovanja elementa i povećava se mogućnost pojave rezonancije sopstvene frekvencije sa frekvencijom nekog vanjskog opterećenja, koje obično ima nižu frekvenciju [1,2,3]. Primjeri za navedeno su nosači od prednapregnutog betona i štapni elementi rešetkastih konstrukcija gdje je moguća pojava rezonancije sa frekvencijom periodičnog opterećenja kao što je vjetar ili zemljotres.

Pouzdan model zavisnosti intenziteta aksijalne sile i sopstvene frekvencije oscilovanja otvara mnoge mogućnosti, a posebno je značajna mogućnost određivanja opterećenja nekog elementa mjerenjem promjene frekvencije oscilovanja tog elementa.

Mjerenje opterećenja na ovaj način je mnogo jeftinije, brže i jednostavnije u odnosu na mjerenje mjernim trakama. Analizom dosadašnjih istraživanja na ovu temu uočeno je da su se istraživači susretali sa problemima definisanja oslonaca i pojavom velikih odstupanja [4], dok su drugi uspjeli razviti modele sa zadovoljavajućom preciznosti, ali samo za neke elemente specifične geometrije. [5,6]

Istraživanje u ovom radu je bazirano na analiziranju greda kvadratnog poprečnog presjeka, a provedenu proceduru moguće je primijeniti i za analizu elemenata složenije geometrije i kompleksnijih opterećenja.

2. PROVEDBA EKSPERIMENTA

2.1. Plan eksperimenta

Svrha plana eksperimenta je da omogući da se na što brži i jednostavniji način, a istovremeno zadržavajući obim i preciznost eksperimenta, stigne do željenih podataka u eksperimentu.

Postoji više metoda planiranja eksperimenta, a za potrebe eksperimenta u ovom radu korištena je metoda ortogonalnih nizova. Ortogonalni nizovi su otkriveni krajem devetnaestog vijeka. Otkrio ih je francuski matematičar Žak Adamar (Jacques Hadamard) i originalno ime im je Adamarove matrice, ali pošto se koriste kako bi se očuvala ortogonalnost u eksperimentu poznatije su kao ortogonalni nizovi. Primjenom ove metode moguće je sa malim brojem provedenih eksperimenata doći do kvalitetnog rješenja.

U tabeli (1) prikazan je plan eksperimenta.

Tabela 1. Plan eksperimenta

Broj eksperimenta	Redoslijed izvođenja	Vrijednost parametara		
		Stranica t [mm]	Dužina l [mm]	Sila F [N]
1	1	10	250	1000
2	4	10	450	3000
3	7	10	650	5000
4	2	12	250	3000
5	5	12	450	5000
6	8	12	650	1000
7	3	14	250	5000
8	6	14	450	1000
9	9	14	650	3000

Redoslijed izvođena mjerenja je određen tako da je promjena parametara što je moguće jednostavnija, pa su prvo analizirani svi uzorci dužine 100mm, zatim je pomjeren konjić na strugu i analizirani su svi uzorci dužine 200mm itd.

2.2 Izvođenje eksperimenta

Mjerenje je provedeno u Laboratoriji za rezanje i alatne mašine (LORAM) na Mašinskom fakultetu Univerziteta u Zenici. Mjerenje je izvedeno na strugu marke Potisje na kome su uzorci učvršćeni u horizontalnom položaju kako je prikazano na slici (1).



Slika 1. Postavka elemenata prilikom izvođnja eksperimenta

S obzirom da je osnovna postavka analize mjerenje frekvencije oscilovanja proste grede, uzorak se morao postaviti tako da veze na krajevima odgovaraju zglobnim osloncima. Zglobna veza ostvarena je tako što je uzorak učvršćen između dva šiljka, šiljak na konjiću struga i na drugoj strani, s obzirom da oslonac na amerikaner struga predstavlja uklještenje i ne odgovara pretpostavci o zglobnim vezama u osloncima, napravljen je pristroj na koji bi se uzorak oslonio kako bi se ostvarila zglobna veza. Pristroj je napravljen pomoću čeličnog komada u obliku slova L na koji je postavljen šiljak na koji se oslanja uzorak. Pristroj je vijcima stegnut u mjerni element Kistler dinamometra.

Kako bi se izbjeglo eventualno ispadanje uzorka prilikom nanošenja sile, na krajevima uzorka su napravljena konusna zabušenja. Šiljci oslonaca se naslanjaju na dno zabušenog konusa, a konusni oblik sprječava bočno pomjeranje šiljka, a time i onemogućava ispadanje uzorka. Već je spomenuto da se za mjerenje sile koristi Kistler dinamometar čija je primarna funkcija mjerenje sila reznja prilikom obrade struganjem. Dinamometar se sastoji od mjernog elementa i procesorske stanice a može biti spojen na računar gdje se pomoću posebnog programa omogućava dobivanje dijagrama promjene sila tokom rezanja. Tokom eksperimenta aksijalna sila je nanošena pomjeranjem šiljka konjića, tj. stezanjem navojnog vretena na konjiću. Na malom ekranu procesorske jedinice dinamometra prikazuje se trenutna vrijednost sile u odabranom pravcu mjerenja.



a



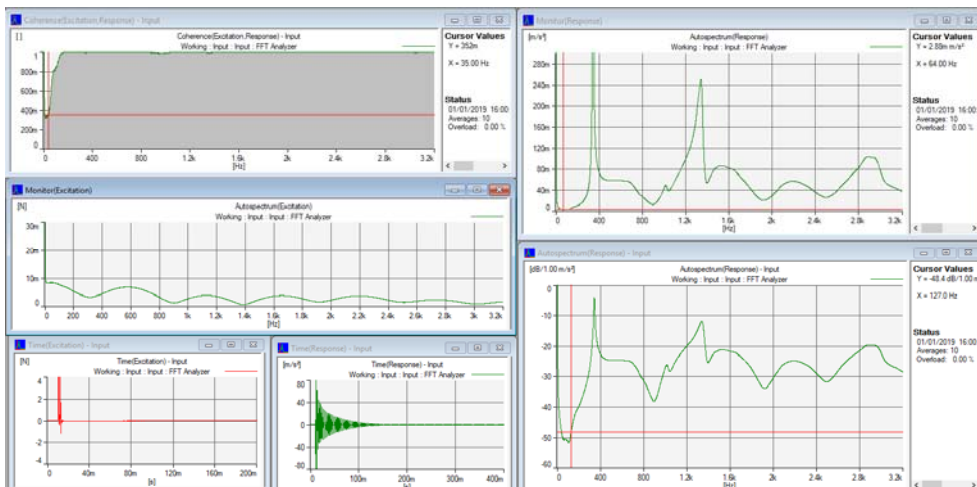
b

Slika 2. Prikaz načina ostvarenja zglobne veze u osloncima pomoću konusnog žlijeba i šiljka

Mjerenje frekvencije oscilovanja izvedeno je pomoću opreme za mjerenje oscilacija marke Bruel & Kjaer. Za eksperiment je korišten akcelerometar i impulsni čekić, a rezultati su obrađeni u programskom paketu PULSE LabShop. Mjerna oprema se sastoji od akcelerometra, impulsnog čekića, procesorske jedinice i kablova za spajanje. Akcelerometar i impulsni čekić se spajaju na procesorsku jedinicu posebnim kablovima. Kabal akcelerometra na sebi ima pojačivač koji služi pa pojačanje izmjerenih signala. Procesorska jedinica se veže na računar ili laptop pomoću LAN kablova. Na računaru je instaliran softver za obradu podataka putem kojeg se upravlja cjelokupnim mjerenjem. Na slici je prikazana oprema u toku mjerenja u laboratoriji.



Slika 3. Postavka opreme za eksperiment



Slika 4. Interfejs programa LabShop tokom mjerenja

Programski paket LabShop korišten za analizu rezultata ima mogućnost izrade različitih dijagrama i različitih načina prikaza rezultata. Na slici (4) prikazan je interfejs koji je korišten za prikaz rezultata mjerenja tokom eksperimenta.

Nakon provedenog eksperimenta dobivene su sljedeće vrijednosti frekvencije.

Tabela 2. Vrijednosti frekvencije oscilovanja dobivene eksperimentom

Broj eksperimenta	t	l	F	Eksperimentalni podaci		Srednja vrijednost $\frac{f(a)+f(b)}{2}$
				Uzorak a	Uzorak b	
1	1	1	1	342,5	340,5	341,5
2	1	2	2	97,5	97	97,25

3	1	3	3	25	24,5	24,75
4	2	1	2	389	390,5	389,75
5	2	2	3	122	118	120
6	2	3	1	64,5	64	64,25
7	3	1	3	461	416	438,5
8	3	2	1	169	162,5	165,75
9	3	3	2	71,5	71,5	71,5

3. RAZVOJ MODELA REGRESIONOM ANALIZOM

Regresiona analiza je provedena pomoću matematičkog softvera Mathcad. Na osnovu podataka dobivenih eksperimentom i predloženog modela funkcije izračunate su optimalne vrijednosti parametara predloženog modela funkcije metodom najmanjih kvadrata.

Regresioni koeficijent R^2 se dobija iz sljedećeg izraza. Ovaj koeficijent govori o tome koliko postotaka odstupanja rezultata je opisano predloženim modelom, a koliko je ostalo neobjašnjeno.

$$SSR = (f_{model} - f_{sr})^2 \quad \dots(1)$$

$$SSE = (f_{eksp} - f_{model})^2 \quad \dots(2)$$

$$SST = (f_{eksp} - f_{sr})^2 \quad \dots(3)$$

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} \quad \dots(4)$$

Za opisivanje eksperimentalnih rezultata isprobano je više modela, a nakon određivanja statističkih parametara i poređenja uočeno je da funkcija međusobnih proizvoda parametara (5) najbolje opisuje dobivene eksperimentalne vrijednosti

$$f_3 = a_0 \cdot t^{a_1} \cdot l^{a_2} + a_3 \cdot l^{a_4} \cdot F^{a_5} + a_6 \cdot t^{a_7} \cdot F^{a_8} + a_9 \quad \dots(5)$$

Nakon uvrštavanja parametara funkcija ima oblik

$$f_3 = 3,166 \cdot 10^4 \cdot t^{1,316} \cdot l^{-1,433} + 2,65 \cdot 10^4 \cdot l^{-0,741} \cdot F^{-0,09} - 151,787 \cdot t^{38,757} \cdot F^{-238,76} - 137,727 \quad \dots(6)$$

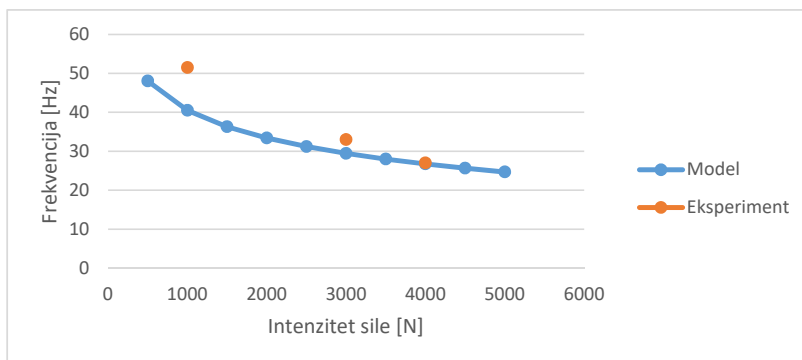
Analizom predloženih modela uočena je da koeficijenti uz parametar sile u gotovo svim modelima imaju znatno manju vrijednost u odnosu na ostale koeficijente uz druge parametre. Navedeno znači da aksijalna sila ima najmanji uticaj na frekvenciju oscilovanja što je i teorijski potvrđeno.

EkspONENT uz parametar F u trećem članu funkcije je -238,76, pa se taj član može izbaciti jer za bilo koju vrijednost parametra F njegova vrijednost je približno nula.

Tabela 3. Poređenje eksperimentalnih i vrijednosti dobivenih modelom

Broj eksperimenta	Model	Eksperiment	Odstupanje	Statistički parametri
1	339,287	341,5	2,213	$\frac{SSE}{n} = 49,452$ $R^2 = 0,983$ $F_{st} = 865,092$
2	104,436	97,25	-7,186	
3	24,205	24,75	0,545	
4	382,012	389,75	7,738	
5	126,225	120	-6,225	
6	56,562	64,25	7,688	
7	440,988	438,5	-2,488	
8	176,543	165,75	-10,793	
9	62,992	71,5	8,508	

Nakon dobivenog modela provedena je provjera mjerenjem frekvencije oscilovanja štapa poprečnog presjeka 12x12, dužine 650 mm opterećenog silama od 1000, 3000 i 5000 njutna. Na slici (4) prikazan je uporedni dijagram eksperimentalnih i vrijednosti dobivenih modelom. Na slici se uočava da model dobro prati promjenu frekvencije sa promjenom vrijednosti sile. Značajnije odstupanje uočeno je za manje vrijednosti sile. S obzirom da je model razvijen za veliki spektar vrijednosti navedenih parametara, preciznost modela bi se mogla značajno povećati smanjenjem raspona vrijednosti parametara i povećanjem broja tačaka eksperimenta.



Slika 4. Dijagram poređenja eksperimentalnih i vrijednosti dobivenih modelom

4. ZAKLJUČAK

Prema dobivenim statističkim parametrima moguće je zaključiti da dobiveni model sa velikom preciznošću opisuje eksperimentalne rezultate i da ga je moguće koristiti za procjenu vrijednosti frekvencije oscilovanja. Frekvencija oscilovanja opada sa povećanjem intenziteta sile. Uticaj sile na frekvenciju oscilovanja je mnogo manji od uticaja geometrijskih parametara. Pri velikoj promjeni sile dolazi do male promjene frekvencije, pa je za precizno određivanje sile mjerenjem frekvencije oscilovanja potrebno dobiti izuzetno precizan model, a što je moguće postići smanjenjem veličine spektra vrijednosti parametara i povećanjem broja koraka eksperimenta, tj. mjerenjem frekvencije za veći broj različitih vrijednosti sile.

5. LITERATURA

- [1] Brčić, V.: Dinamika konstrukcija, Građevinska knjiga, Beograd 1981. god
- [2] Doleček, V.; Voloder, A.; Isić, S.: Vibracije, Mašinski fakultet Sarajevo, 2009.godina
- [3] Den Hartog, J.P. :Vibracije u mašinstvu, Građevinska knjiga, Beograd 1972. god
- [4] Fassler, S. :Axial load determination using modal analysis, Master thesis, Lunds Univeristet, 2014.
- [5] Maes, K.: Identification of axial forces in beam members by local vibration measurements, Jurnal of sound and vibration no 332 (21) pp 5417-5432, 2013
- [6] Fritzkowski, P. :Transverse vibrations of a beam under an axial load: minimal model of a triangular frame, Archive of Applied mechanics no 87(5) pp 881-892, 2017