

**UTICAJ UGLA NAGIBA ZUBA PLANETARCA I TRENJA NA STEPEN  
ISKORISCENJA PLANETARNIH CILINDRICNI PRENOSNIKA**

**IMPACT OF THE INCLINE ANGLE OF THE TOOTH OF SUN GEAR  
AND FRICTION IN THE EFFICIENCY OF THE PLANETARY  
CYLINDRICAL TRANSMITTERS**

**Dr.sc. Nijazi IBRAHIMI red. prof.**  
**Dr.sc. Heset CAKOLLI prof.ass.**  
**Dr.sc. Bashkim BAXHAKU prof.ass.**

**Dr.sc. Azem KYCYKU ass.**  
**Mašinski Fakultet**  
**u Prištini**

**REZIME**

*Hiperboloidni zupčasti parovi spadaju u grupu zupčastih parova čije se ose ukrštavaju u prostoru, za razliku od zupčastih parova kod kojih su ose obrtanja međusobno paralelne ili se sijeku. Specijalan slučaj predstavlja slučaj kada su uglovi nagiba bočnih linija, sunčanika sa spoljašnjim ozubljenjem  $\beta_1 = 0$ , sunčanik sa unutrašnjim ozubljenjem  $\beta_3 = -2\beta_2$ , i ugao ukrštanja osa obrtanja  $\Sigma = -2\beta_2$ . U ovom radu ce se ovaj slučaj posebno razmotriti i istraživati ukupan stepen iskorišćenja sa prenosnim odnosom:*

$$i_{1S} = 2.5, \quad i_{i_{1S}} = 11.$$

**ABSTRACT**

*Hyperbolic gear pairs belongs to the group of gear couples which axis cross each other in the space, as alternative to the gear couples which rotation axis are either parallel to each other ore intersect each other. A special case is obtained if the slope angel of the lateral lines of sun gear with the outer gearing  $\beta_1 = 0$ , sun gear with the inside gearing.  $\beta_3 = -2\beta_2$ , and the angle of the crossing of rotation axis  $\Sigma = -2\beta_2$ . In the present work, the investigation of the total efficiency with the transmitting ratio  $i_{1S} = 2.5$  and  $i_{i_{1S}} = 11$  of this special case will be particularly considered.*

**Key words:** Planetary hyperbolic cylindrical transmitters, efficiency.

**1. PLANETARNIH HIPERBOLOIDNI CILINDRIČNI PRENOSNICI**

Planetarni prenosnici zauzimaju značajno mjesto medju zupčastim prenosnicima i primjenjuju se u mnogim područijma tehnike, pogotovu kod prenosa velikih snaga, jer se koristi princip grananja snage, na taj način što se snaga prenosi preko više paralelnih puteva, od ulaza ka izlazu. U zadnje vreme počela su istraživanja planetarnih hiperboloidnih cilindričnih prenosnika, kod kojih je karakteristično to da se ose okretnja sunčanika i planetarca ukrštavaju pod uglom  $\Sigma$ .

Ugao ukrštanja osa obrtanja za spoljašnju spregu određuje se pomoću izraza:

$$\Sigma = \beta_1 + \beta_2 \quad (1.1)$$

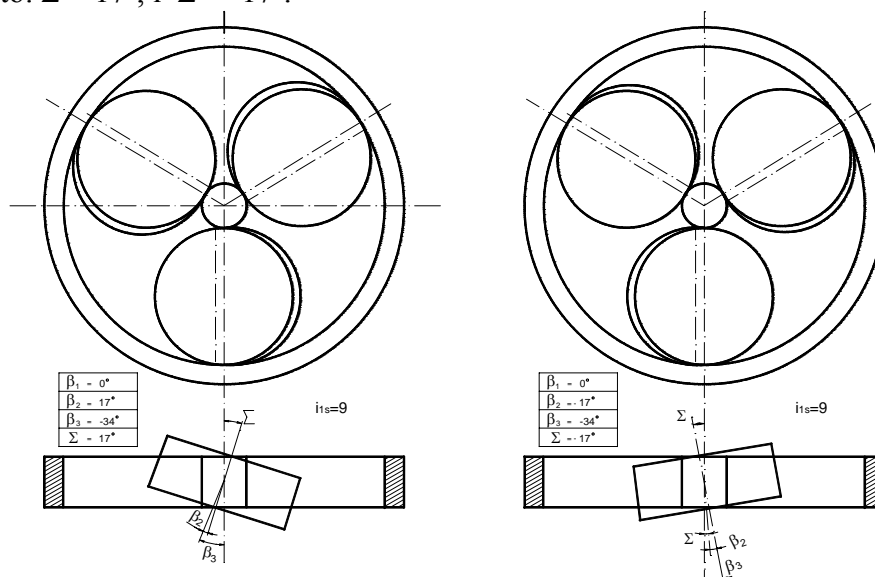
Ugao nagiba bočnih linija boka zubaca sunčanika sa unutrašnjim ozubljenjem određuje se pomoću izraza:

$$\beta_3 = \beta_1 - 2 \cdot \Sigma \quad (1.2)$$

Prenosni odnos planetarnog hiperboloidnog cilindričnog prenosnika tipa 1AI sa nepokretnim sunčanikom sa unutrašnjim ozubljenjem određuje se pomoću izraza:

$$i_{1S} = 1 - \frac{d_3 \cdot \cos \beta_3}{d_1} \quad (1.3)$$

Na sl.1.1 su prikazana dva planetarna hiperboloidna cilindrična prenosnika sa prenosnim odnosom  $i_{1S}=9$ , sa uglom ukrštanja osa obrtanja planetaraca sa osama obrtanja planetarnih zupčanika i to:  $\Sigma = 17^0$ , i  $\Sigma = -17^0$ .



Slika 1.1 Prikaz dvaju planetarnih hiperboloidno cilindričnih prenosnika

Izvodljivo područje prenosnog odnosa za planetarni prenosnik tipa 1AI, je:  $i_{1S} = 2.5 < i_{1S} < 12.5$ . Preporučljive vrijednosti ugla ukrštanja osa obrtanja  $\Sigma$ , za praktičnu izvedbu kreću se u intervalu  $\Sigma = (5^0 \dots 20^0)$ , za ugao  $\Sigma > 25^0$ , javlja se problem realizacije konstrukcije i otežava se problem montaže.

## 2. ZAVISNOST STEPENA ISKORIŠĆENJA PLANETARNOG HIPERBOLIDNO CILINDRIČNOG PRENOSNIKA OD UGLA NAGIBA BOČNIH LINIJA ZUBACA PLANETARCA I UGLA TRENJA

Stepen iskorišćenja planetarnog hiperboloidno cilindričnog prenosnik tipa 1AI, prema sl.1.1, za slučaj kada je pogonski element sunčanik sa spoljašnjim ozubljenjem 1, a gonjeni element je nosac planetaraca S, dok sunčanik sa unutrašnjim ozubljenjem 3, je nepokretan element određuje se pomoću izraza:

$$\eta_p = \frac{1 - i_{13} \cdot \eta_z}{1 - i_{13}} = \frac{1 - \left(-\frac{d_3 \cdot \cos \beta_3}{d_1}\right) \cdot \eta_{12A} \cdot \eta_{213} \cdot \eta_l}{1 - \left(-\frac{d_3 \cdot \cos \beta_3}{d_1}\right)} \quad (2.1)$$

Stepen iskorišćenja sprege zubaca hiperboloidno cilindričnog prenosnika pri nepokretnom nosaču planetaraca  $\eta_{13} = \eta_z$  određuje se prema izrazu:

$$\eta_z = \eta_{12A} \cdot \eta_{23I} \cdot \eta_l \quad (2.2)$$

Stepeni iskorišćenja spoljašnje i unutrašnje sprege zubaca hiperboloidno cilindričnog prenosnika određuje se pomoću izraza:

$$\eta_{12A} = \frac{P_{2A}}{P_1} = \frac{F_{t2A} \cdot v_{2A}}{F_{t1} \cdot v_1} \quad (2.3)$$

$$\eta_{23I} = \frac{P_3}{P_{2I}} = \frac{F_{t3} \cdot v_3}{F_{t2I} \cdot v_{2I}}$$

Na sl.2.1. je data posebna analiza sila sprege zubaca hiperboloidnog cilindričnog prenosnika tipa 1AI, za slučaj dodira bokova zubaca u tački C, usled dejstva spoljašnjeg obrtnog momenta  $T_1$ , kada je  $\beta_1 = 0$ ,  $\Sigma = \beta_2 = 12.5^\circ$ , i  $\beta_3 = 25^\circ$ .

Na osnovu sl. 2.1 mogu se izvesti izrazi za pojedine komponente sila uzimajući u obzir i trenje izmedju zubaca. Rezultujuće sile koje djeluju na sunčanik sa spoljašnjim ozubljenjem sa pravim zupcima, odnosno planetarac sa kosim zubicima odredjuju se izrazima:

$$F_{R1} = \frac{F_{t1}}{\cos \rho_{vA} \cdot \cos \alpha_n} \quad (2.4)$$

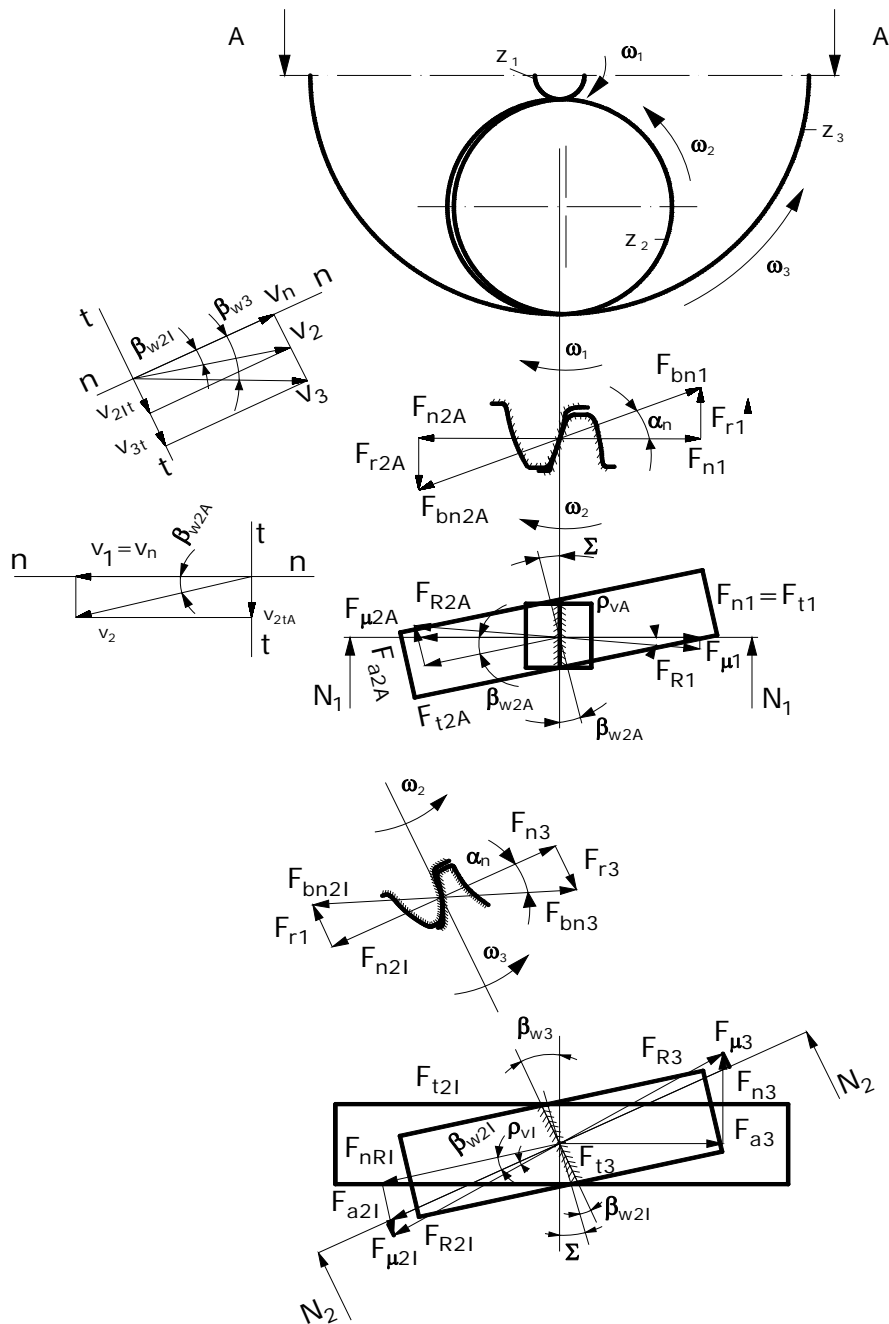
$$F_{R2A} = \frac{F_{t2A}}{\cos(\beta_{w2} + \rho_{vA}) \cdot \cos \alpha_n} \quad (2.5)$$

Iz oslova da su komponente obimne brzine u pravcu zajedničke normale n-n, sprege zubaca prema sl.3.1. su jednake dobija se odnos:

$$\frac{v_{2A}}{v_1} = \frac{1}{\cos \beta_{w2A}} \quad (2.6)$$

pa izraz za stepen iskorišćenja za par sa spoljašnjim sprezanjem dobija oblik:

$$\eta_{12A} = \frac{\cos(\beta_{w2A} + \rho_{vA})}{\cos \rho_{vA} \cdot \cos \beta_{w2A}} \quad (2.7)$$



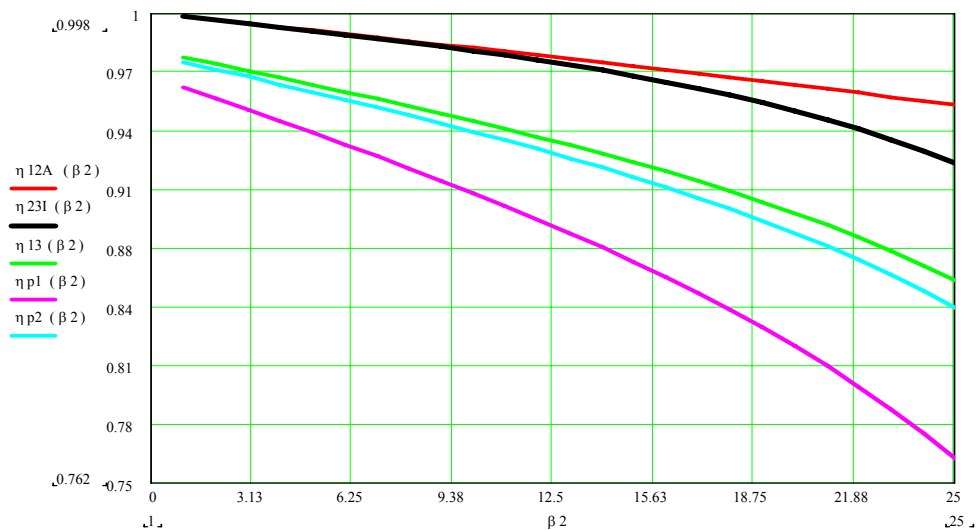
Sl.2.1 Analiza sila sprege zubaca zupčanika usled dejstva spoljašnjeg obrtnog momenta  $T_1$

Na sličan način može se doći do izraza za stepen iskorišćenja para sa unutrašnjim sprežanjem:

$$\eta_{23l} = \frac{\cos(\beta_{w2} + \rho_{v3}) \cdot \cos \beta_{w2l}}{\cos(\beta_{w2l} + \rho_{v1}) \cdot \cos \beta_{w3}} \quad (2.8)$$

Ugao trenja između zubaca se kreće u granicama  $\rho_v = 1^\circ \dots 6^\circ$  za ugao ukrštanja osa obrtanja  $\Sigma < 50^\circ$ .

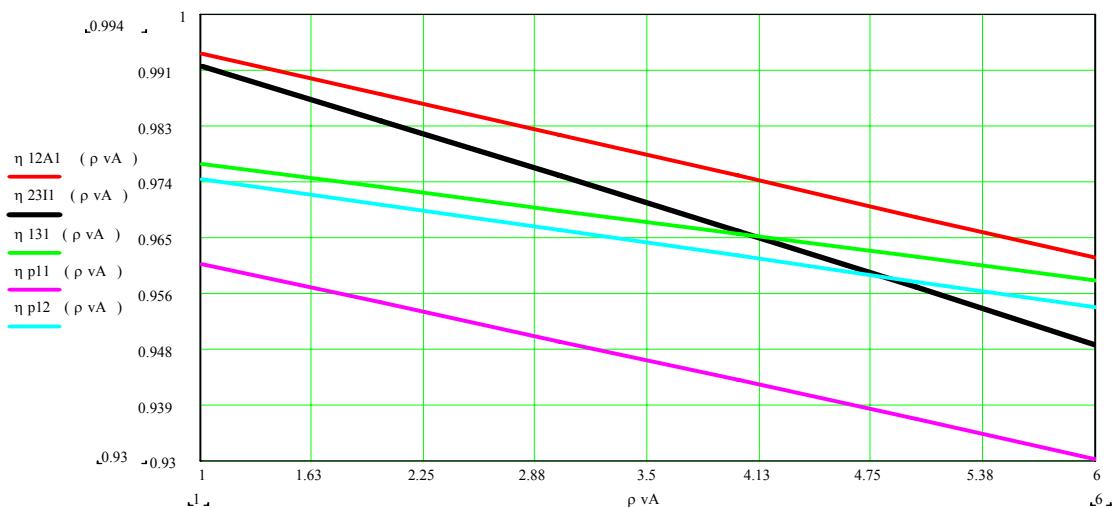
Na sl.2.2 nacrtane su krive na dijagramu  $\eta - \beta$ , za stepen iskorišćenja za spoljašnju spregu  $\eta_{12A}$ , unutrašnju spregu  $\eta_{23l}$ , stepen iskorišćenja sprega prenosnika  $\eta_{13}$ , i ukupan stepen iskorišćenja  $\eta_p$ , u zavisnosti od ugla nagiba bočnih linija zubaca planetaraca  $\beta_2$ ,



Slika 2.2. Zavisnost stepena iskorišćenja od ugao nagiba bokova zubaca planetarca

Iz dijagrama dat na sl.2.2 se jasno vidi da je stepen iskorišćenja  $\eta_{12A}$ , veći od stepena iskorišćenja unutrašnje sprege  $\eta_{23I}$ . Sa povećanjem ugla nagiba bočnih linija zubaca planetarca odnosno ugla ukrštanja osa obrtanja stepen i skorišćenja opada, takodje se uočava da je stepen iskorišćenja sprege zubaca  $\eta_{13}$ , manji od ukupnog stepena iskorišćenja  $\eta_p$ , sa povećanjem ugla nagiba bočnih linija zubaca planetarca pomenuti stepeni iskorišćenja opadaju, dok sa povećanjem prenosnog odnosa planetarnog hiperbiloidnog cilindričnog prenosnika  $i_{1S}$ , ukupan stepen iskorišćenja pomenutog prenosnika se povećava.  $\eta_{p11}((\beta vA); (i1S = 11)) > \eta_{p12}((\beta vA); (i1S = 2.5))$ .

Na sl.3.3. data je zavisnost stepena iskorišćenja za spoljašnju i unutrašnju spregu, kao i stepen iskorišćenja pri nepokretnom nosaču planetarca  $\eta_{13}$ , i ukupan stepen iskorišćenja planetarnog hiperboloidnog cilindričnog prenosnika od ugao trenja izmedju zubaca prenosnika  $\rho_v$ .



Slika 2.3. Zavisnost stepena iskorišćenja od ugao trenja izmedju zupčanika

Iz dijagrama dat na sl.2.3. se jasno vidi da je  $\eta_{12A}(\rho_v) > \eta_{23I}(\rho_v)$ , takodje uočava da je:  $\eta_{13}(\rho_v) < \eta_p(\rho_v)$ , ali sa povećanjem ugla trenja  $\rho_v$ , pomenuti stepeni iskorišćenja opadaju, dok sa povećanjem prenosnog odnosa planetarnog hiperbiloidnog cilindričnog prenosnika  $i_{1S}$ , ukupan stepen iskorišćenja pomenutog prenosnika se povećava.

$$\eta_{p11}((\rho vA); (i1S = 11)) > \eta_{p12}((\rho vA); (i1S = 2.5)).$$

### 3. ZAKLJUČAK

Ukupan stepen iskorišćenja planetarnog hiperboloidnog cilindričnog prenosnika je manji od stepena iskorišćenja planetarnog cilindričnog prenosnika, ovo se objašnjava time što ima dodatno klizno kretanje u uzdužnom pravcu zubaca i njegova posljedica dodatno trenje sprege zubaca.

Sa povećanjem ugla nagiba bočnih linija zubaca planetarca  $\beta_2$ , i ugla trenja  $\rho_v$ , ukupan stepen iskorišćenja prenosnika opada,

Sa povećanjem prenosnog odnosa  $i_{1S}$ , ukupan stepen iskorišćenja prenosnika se povećava.

### 4. LITERATURA

- [1] CAKOLLI H., Prilog na istraživanje na mogućnosti razvoja planetarnih hiperboloidno-cilindričnih prenosnika Magistariski trud, Skopje 1989,
- [2] CAKOLLI H., Optimalizimi i karakteristikave të ndërruesit të shpejtësive të kombinuar me transmetues Disertacion e doktoratës Prishtinë 2000,
- [3] SCHUBERT F., Planetengetriebe mit verchwenken planetenradaesen Disertation Universitat Stuttgart 1983.
- [4] IBRAHIMI N., Prilog istraživanju mogućnosti razvoja planetarnih prenosnika Doktorska disertacija Pristina 1987.
- [5] DIMITAR S., Prenosnici kaj vozilata Skopje 1976.