

TEHNIKE MODELIRANJA ZAKRIVLJENIH POVRŠINA CURVED SURFACE MODELING TECHNIQUES

V. prof. dr. Samir Lemeš
Politehnički fakultet Univerziteta u Zenici
Zenica

REZIME

Zakrivljene površine su sve prisutnije u svim granama tehnike, od mašinstva do arhitekture i građevinarstva. Geometrijski oblici sa ravnim površinama više nisu samo estetski manje prihvatljivi, nego se koriste i druge prednosti zakrivljenih površina: aerodinamičnost, strukturalna nosivost i integritet, optimizacija nosivosti konstrukcije, pa čak i marketinški efekat. Kupci su skloniji izabrati proizvod ili građevinu sa zakrivljenim oblikom umjesto onog modeliranog ravnim površinama. U ovom radu su opisane neke savremene tehnike modeliranja geometrije zakrivljenih površina, i to proceduralne i parametarske, te kontrola kvaliteta takvih površina.

Ključne riječi: Modeliranje, CAD, Zakrivljene površine

ABSTRACT

Curved surfaces are becoming more widespread in all branches of technology, from mechanical engineering to architecture and civil engineering. Geometric shapes with flat surfaces are not only aesthetically less acceptable, but also some other advantages of curved surfaces are used: aerodynamics, structural capacity and integrity, strength optimization of structures, and even marketing effect. Customers are more likely to choose a product or structure with a curved shape instead of the one modeled with flat surfaces. This paper describes some of the modern techniques of modeling the geometry of curved surfaces, both procedural and parametric, and testing their quality.

Keywords: Modeling, CAD, Curved Surfaces

1. UVOD

Skлонost ka zakrivljenim površinama pokazali su još davno američki indijanci, koji su smatrali da se u oštrim uglovima kuća sakupljaju zli duhovi, pa se njihova arhitektura indijanaca zasniva na građevinama bez ravnih površina, bez oštih prelaza i sa zaobljenim zidovima. To se najbolje vidi po geometriji *Smithsonian* muzeja američkih indijanaca u Washington D.C., koji je kompletan izgrađen poštujući te principe (slika 1), odnosno tako da ima što manje ravnih linija i oštih uglova. Sa razvojem novih građevinskih materijala, tehnika projektovanja i gradnje, takvi geometrijski oblici su sve češći i kod savremenih građevina, kao što je naprimjer *Walt Disney Concert Hall* u Los Angelesu (slika 2).

To pokazuje da zakrivljene površine više nisu rezervisane samo za mašinske konstrukcije, kao što su školjke automobila, brodski trupovi ili krila aviona, nego se sve više koriste i u građevinarstvu. Posebnu primjenu takva geometrija ima u modeliranju eksterijera, gdje se zakrivljene površine prvenstveno koriste za modeliranje prirodne zakrivljenosti terena.



Slika 1. Smithsonian muzej američkih indijanaca, Washington D.C. USA



Slika 2. Walt Disney Concert Hall, Los Angeles, USA

Za modeliranje zakrivljenih površina koriste se dvije tehnike, proceduralno modeliranje korištenjem geometrijskih transformacija 2D kontura (translacija, rotacija), te modeliranje parametarskim površinama, kao što su NURBS (*Non-Uniform Rational B-Splines*). Poseban zamah primjene takvih geometrijskih oblika dobile su razvojem CAD softvera za modeliranje, koji su omogućili lakše projektovanje i proračun takvih konstrukcija.

Prije nego što su se NURBS počele koristiti za modeliranje zakrivljenih površina, korišteni su kružni lukovi i slični geometrijski oblici kako bi se u tehničkoj dokumentaciji definisale zakrivljene površine pomoću radijusa. Tek je Coons u [1] predložio upotrebu racionalnih polinoma za precizno modeliranje koničnih oblika. Na osnovu teorije koju je razvio Isaac J. Schoenberg 1946. godine, DeBoor [2] i Riesenfeld [3] su uveli B-spline krivulje i površine u CAD/CAM grafiku. NURBS su se prvi put koristile 1975. godine, kad je kompanija Boeing počela sa razvojem CAD/CAM standarda pod imenom *Tiger* za modeliranje zakrivljenih površina pomoću NURBS parametarskih površina. Od tog vremena do danas, NURBS je postao obavezni dio svakog softvera za 3D modeliranje.

Pored modeliranja, parametarske površine se koriste i za simulacije ponašanja struktura pod opterećenjem, od mehanike loma [4], preko proračuna toka fluida kroz krvne žile [5], do proračuna putanje alata pri obradi materijala [6].

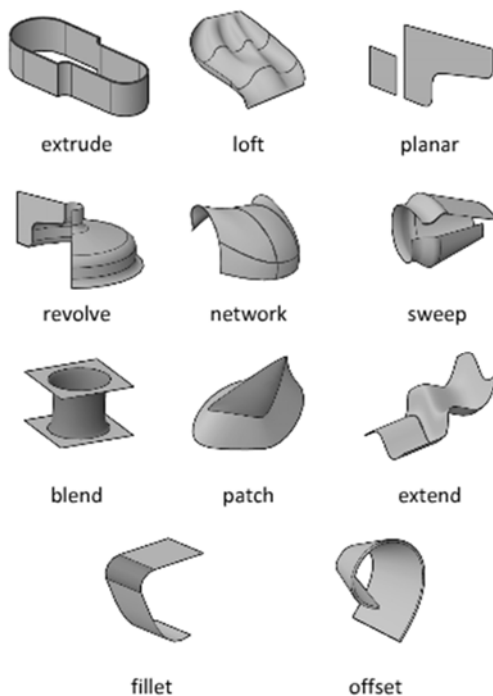
2. PROCEDURALNO MODELIRANJE ZAKRIVLJENIH POVRŠINA

Zakrivljene površine se mogu modelirati istim tehnikama kao i puni (*Solid*) modeli. Operacije kojima se iz 2D kontura modeliraju površine (*Extrude, Revolve, Sweep, Loft*) se provode nad otvorenim 2D konturama kako bi se geometrijskim transformacijama kroz prostor (translacija ili rotacija) definisale površine koje se nazivaju proceduralnim. Pored tih tehnika, koriste se i druge tehnike transformacije i modifikacije 3D modela kako bi se dobile zakrivljene površine (*Blend, Patch, Offset, Fillet, Extend*). Rezultat svih tih operacija su proceduralne površine (slike 3 i 4).

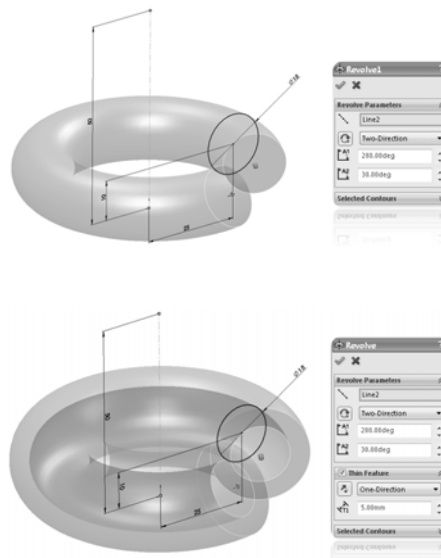
Proceduralne površine se mogu kreirati na različite načine:

- Kreiranjem površina iz profila, odnosno 2D kontura
- Kreiranjem površina transformacijom drugih površina (popunjavanje otvora površinama, kreiranje površina na određenom rastojanju i sl.)
- Transformacijom punih modela u 3D površine

Naknadnim operacijama se takve površine mogu transformisati u parametarske površine, koje nisu obavezno identične površinama od kojih su nastale, jer parametarske površine moraju zadovoljavati uslove kontinuiteta, za razliku od proceduralnih površina.



Slika 3. Tehnike modeliranja proceduralnih površina [7]



Slika 4. Realizacija transformacije "Revolve" u softveru Solidworks [8]

3. PARAMETARSKE KRIVULJE I POVRŠINE

Površine u 3D prostoru se mogu opisati na različite načine [9]: kao grafikoni funkcija dvije varijable, kao grafikoni jednačina sa tri varijable ili kao prikaz setova vrijednosti funkcija tri varijable. Međutim, postoje 3D površine koje se ne mogu opisati pomenutim matematičkim funkcijama, kao što je naprimjer površina torusa. Takve površine se u CAD modeliraju kao parametarske površine, koje predstavljaju parametarsko preslikavanje ravnih površina u prostoru. Parametarska krivulja u ravni je slika duži koja je "savijena" preslikavanjem [9]

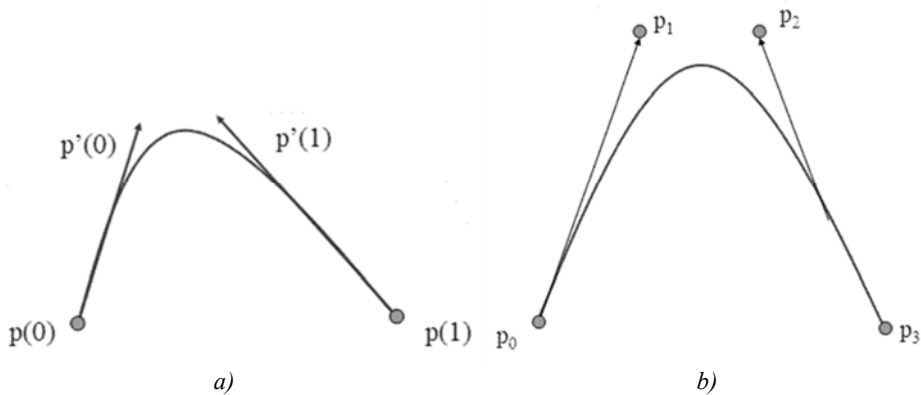
$$r(t) = (x(t), y(t)) \quad (1)$$

Na primjer, vektorska funkcija

$$r(t) = (t, t^2) \quad (2)$$

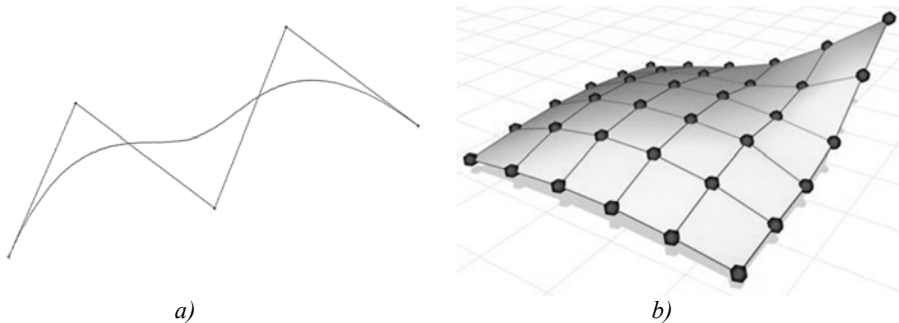
opisuje parametarsku parabolu u ravni. Za proširenje takvog koncepta u 3D prostor, dodavanjem treće koordinate kao rezultata vektorske funkcije i drugog parametra koji predstavlja ulaznu vrijednost funkcije. Ta dva parametra se označavaju sa u i v . Parametarska funkcija je vektorska funkcija $r(u,v)$ dvije varijable, u eksplicitnom ili implicitnom prikazu. Kako oba parametra, u i v , uzimaju vrijednosti iz određenog raspona, domena za $r(u,v)$ je pravougli koordinatni sistem u u - v ravni.

Za prikaz parametarskih krivulja u ravni koristi se Hermitove i Bezierove forme. Hermitova forma 2D krivulje podrazumijeva krivulju koja je definisana sa 2 krajnje tačke i 2 vektora, koji predstavljaju pravce tangenti na krivulju u krajnjim tačkama. Bezierova forma umjesto 2 tačke i 2 vektora koristi set od 4 kontrolne tačke, koje u stvari predstavljaju početne i krajnje tačke vektora tangenti u krajevima krivulje (slika 5).



Slika 5. Hermitova (a) i Bezier (b) forma predstavljanja 2D krivulje

NURBS (*Non-Uniform Rational B-Splines*) je 2D parametarska krivulja u ravni koja je sastavljena od niza parametarskih krivulja u Bezierovoj formi, međusobno spojenih u tačkama kontinuiteta. Pojam NURBS se koristi i za označavanje zakrivljenih površina u prostoru, kao mreža definisanih sa dva seta ortogonalnih Bezierovih krivulja. Na slici 6 su prikazane NURBS krivulja definisana sa 5 kontrolnih tačaka i NURBS površina sa 6x6 kontrolnih tačaka. Parametri t kod krivulje, odnosno u i v kod površine čine polinome određenog stepena. Stepennost polinoma se određuje prema uslovima kontinuiteta.



Slika 6. NURBS krivulja (a) i NURBS površina (b)

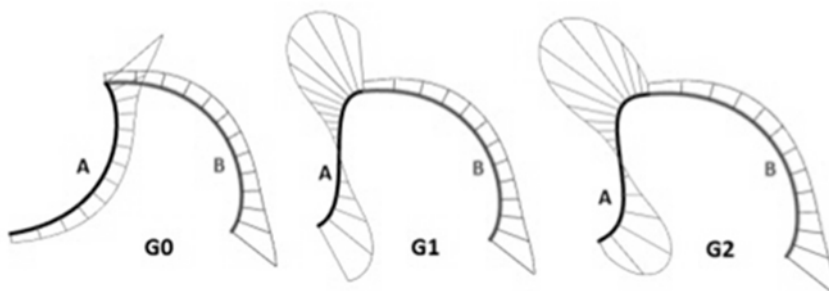
4. KONTINUITETI KRIVULJA I POVRŠINA

Kontinuitet predstavlja opis relacije između dvije susjedne krivulje ili površine, koji može imati različit stepen. Krivulje koje imaju samo zajedničku tačku imaju G0 kontinuitet. To znači da krivulja ima kontinuitet, odnosno nema prekid, ali su tangente na dva segmenta krivulje koji se u toj tački spajaju različite, odnosno nekolinearne.

Ako dva segmenta krivulje imaju zajedničku tačku i tangente su im u toj tački dodira kolinearne, kaže se da imaju kontinuitet G1. Kako se pravac tangente u tački krivulje definiše kao prvi izvod polinoma kojim je ta krivulja definisana, to znači da je uslov za G1 kontinuitet ista vrijednost prvog izvoda polinoma u oba segmenta krivulje. Kontinuitet G1 dakle ima zajedničku tangentu, ali je zakrivljenost segmenata krivulje različita. Intenzitet vektora koji definiše tangente je različit, tj. taj kontinuitet nije simetričan.

Ako je pak i drugi izvod polinoma koji definiše spojene segmente krivulje jednak, zakrivljenost je simetrična, tj. vektori tangenti imaju isti i pravac i intenzitet, to znači da u toj tački dodira

postoji kontinuitet G2 (slika 7). Postojanje G1 kontinuiteta implicira i G0, kao što postojanje G2 kontinuiteta implicira i G0 i G1 kontinuitet.

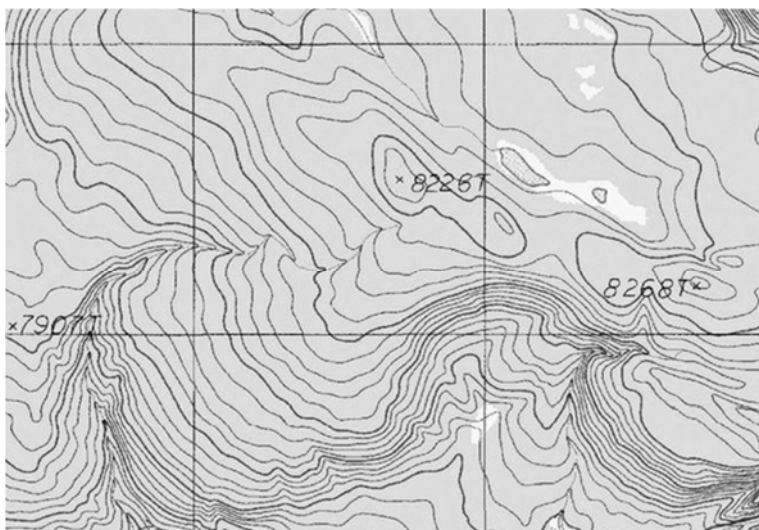


Slika 7. Kontinuiteti G0, G1 i G2 [10]

5. PRIMJER MODELIRANJA TERENA

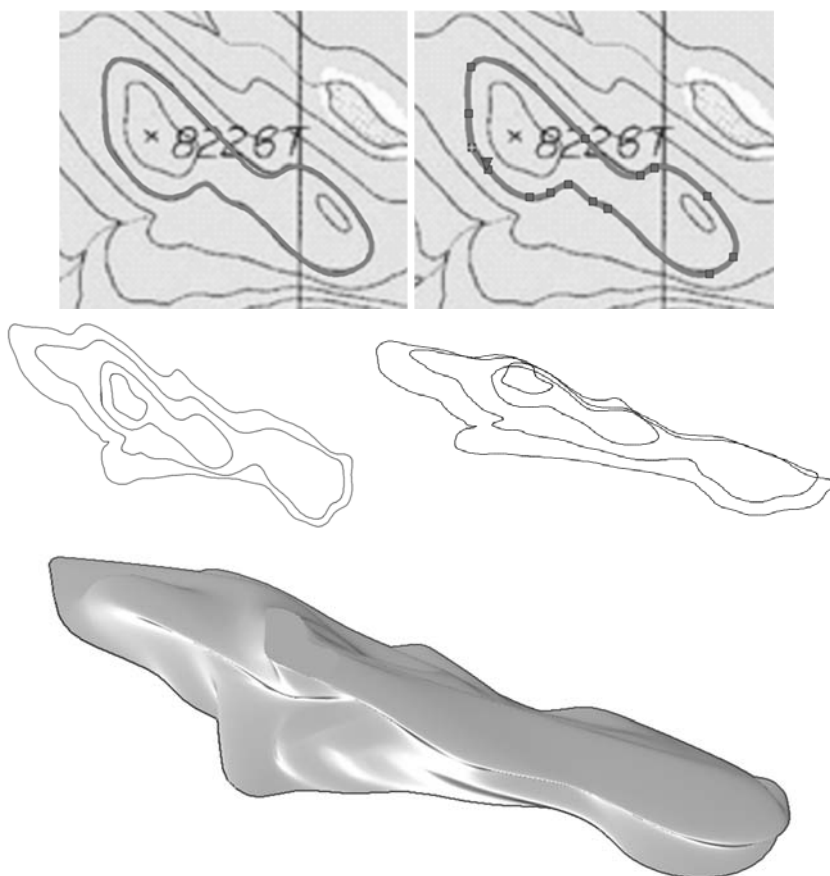
Kao primjer modeliranja površine pomoću parametarskih krivulja može poslužiti postupak modeliranja terena na način da se prvo izohipse modeliraju kao parametarske krivulje, nakon čega se izvrši njihova translacija u prostoru, a zatim se vrši postupak interpolacije 3D površine između izohipsi kako bi se dobila 3D površina terena.

Izohipse se mogu modelirati direktno, unošenjem koordinata karakterističnih tačaka, ili da se izvrši vektorizacija, iz rasterske slike topografske karte sa izohipsama. Broj kontrolnih tačaka zavisi od složenosti terena, a može se i naknadno mijenjati kako bi se izohipse što vjernije prikazale u vektorskom crtežu. Na topografskim kartama, u zavisnosti od mjerila, izohipse se obično predstavljaju krivuljama različite debljine (npr. na karti mjerila 1:50.000 deblje linije predstavljaju visinsku razliku od 100 m, a tanje linije razliku od 20 m).



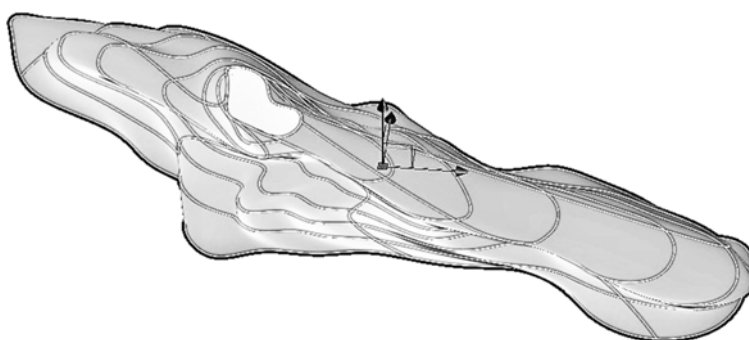
Slika 8. Topografska karta sa prikazom elevacije terena pomoću izohipsi

Na slici 9 prikazan je postupak modeliranja terena iz izohipsi pomoću softvera *AutoCad*. Izohipse su kreirane kao NURBS krivulje u jednoj ravni, nakon čega su raspoređene po pripadajućim visinama. Kroz krivulje je provučena 3D površina 3D operacijom LOFT.



Slika 9. Modeliranje terena iz izohipsi sa 2D topografske karte pomoću AutoCad-a

3D model koji se dobije operacijom LOFT je puni (*Solid*) model, koji se može transformisati u mrežu NURBS površina (slika 10). Treba napomenuti da je ta operacija ireverzibilna, odnosno ne može se mreža NURBS površina pretvoriti u proceduralnu površinu.



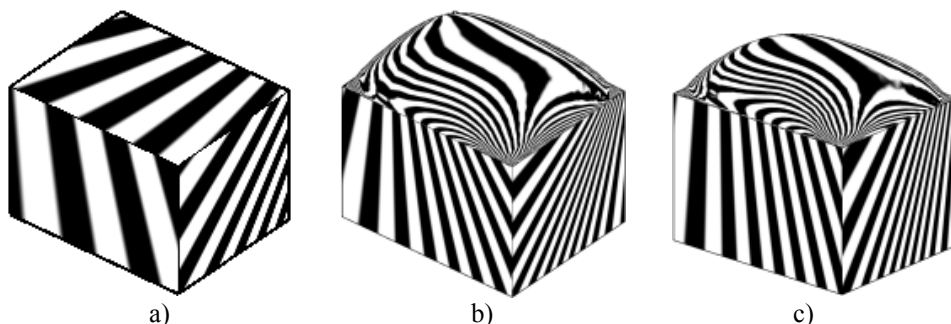
Slika 10. Puni (Solid) model transformisan u mrežu NURBS površina

Mreža NURBS površina podrazumijeva G2 kontinuitet na svim krivuljama koje definišu mrežu. Međutim, na gornjoj površini, koja je ostala ravna nakon operacije LOFT, ali i nakon pretvaranja u mrežu NURBS površina, nema tog kontinuiteta. To pokazuje da za modeliranje

terena nije dovoljno koristiti samo konture izohipsi, nego je potrebna naknadna intervencija na gornjoj (ravnoj) površini.

6. KONTROLA KVALITETA ZAKRIVLJENE POVRŠINE

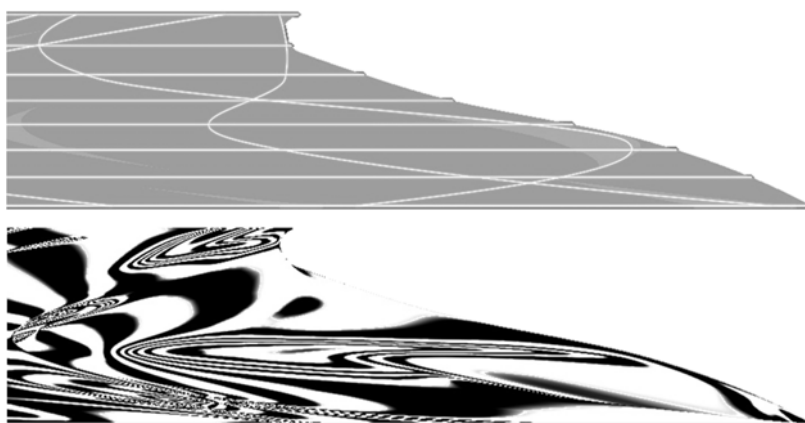
Alat za kontrolu kvaliteta i kontinuiteta 3D zakrivljenih površina u softveru *AutoCAD* je alat "Zebra Stripes" (slika 11).



Slika 11. Alat "Zebra Stripes" za vizualnu kontrolu kontinuiteta 3D zakrivljenih površina [11]
a) G_0 – zajedničke tačke, b) G_1 – zajedničke tangente, c) G_3 – simetrične tangente

Ako dvije površine koje se dodiruju imaju samo kontinuitet G_0 , mreže crno-bijelih traka se na dodirnim ivicama mimoilaze, kao na slici 11.a). Ako postoji kontinuitet G_1 , odnosno ako površine imaju zajedničku tangentu na dodirnoj ivici, crno-bijele trake se poklapaju, ali su više zakrivljene na mjestima gdje se nalaze oštri prelazi. Ako postoji i kontinuitet G_2 , odnosno ako površine imaju zajedničku simetričnu tangentu na dodirnoj ivici, crno-bijele trake se poklapaju, ali nisu zakrivljene jedna od druge naoštirim ivicama, jer imaju isti stepen zakrivljenosti na obje strane.

Na slici 12 prikazan je detalj sa terena koji je modeliran iz izohipsi pomoću naredbe LOFT, a koji je zatim pretvoren u mrežu NURBS površina. Sa donjeg dijela slike 12 vidi se da ima velikih odstupanja od kontinuiteta, posebno G_2 , što je teže uočiti ako se prikaže samo mreža krivulja koje čine zakrivljene parametarske površine (gornji dio slike 12), ili ako se koristi žičani (*Wireframe*) prikaz 3D modela.



Slika 12. Kontrola kvaliteta modeliranog terena alatom "Zebra Stripes"

7. ZAKLJUČAK

Za modeliranje zakrivljenih površina kao što je geografski teren, nije uvijek pogodno koristiti ulazne podatke iz 2D mapa, jer interpolacija površina između njih zahtijeva preciznije pozicioniranje pojedinih krivolinijskih segmenata. Na primjeru modeliranja terena iz izohipsa sa 2D mape koristeći proceduralnu tehniku LOFT, pokazano je da se mogu dobiti površine koje imaju ozbiljne nedostatke i koje nikako ne mogu biti realna, pa čak ni približna slika stvarnog oblika koji se modelira.

Rješenje tog problema može biti korištenje tehnika 3D skeniranja (kojima se dobija mreža površina aproksimiranih trouglovima (takozvana *Tesselated Surface*), ili se mora koristiti segmentacija, tako da se teren izdijeli na kvadrante, zatim se interpoliraju površine između dijelova izohipsi, a tek nakon toga se vrši njihovo spajanje, uz uslov ostvarenja kontinuiteta G2, koji se može dobiti pretvaranjem proceduralne u NURBS površinu.

Za vizualnu kontrolu kvaliteta modelirane površine se mogu koristiti alati za provjeru kontinuiteta, kao što je *AutoCAD* alat "*Zebra Stripes*".

8. LITERATURA

- [1] Coons S.A.: Surfaces for Computer-Aided Design of Space Forms, Tech. report MAC-TR-41, MIT, Cambridge, Mass., 1967.
- [2] Boor, C.de: A Practical Guide to Splines, Springer-Verlag, New York 1978
- [3] Riesenfeld R.F.: Application of B-Spline Approximation to Geometric Problems of Computer-Aided Design, PhD. dissertation, Univ. Syracuse, N.Y., 1973
- [4] Dimitri R., et al.: NURBS-and T-spline-based isogeometric cohesive zone modeling of interface debonding, *Computational Mechanics* 54.2 (2014): 369-388.
- [5] Zhang Y., et al.: Patient-specific vascular NURBS modeling for isogeometric analysis of blood flow, *Computer methods in applied mechanics and engineering* 196.29 (2007): 2943-2959.
- [6] Sun Y., et al.: A novel adaptive-feedrate interpolation method for NURBS tool path with drive constraints, *International Journal of Machine Tools and Manufacture* 77 (2014): 74-81.
- [7] Autodesk Knowledge Network: About Creating 3D Surfaces, <https://knowledge.autodesk.com/support/autocad/learn-explore/caas/CloudHelp/cloudhelp/2016/ENU/AutoCAD-Core/files/GUID-8218FF9A-6F05-47E7-A39C-47D342B942EB-htm.html> (26.3.2017)
- [8] Solidworks: Boss/Base Revolve Feature, http://learnsolidworks.com/solidworks_features/bossbase-revolve (26.3.2017)
- [9] Connected Curriculum Project: Parametric Representations of Surfaces, <https://services.math.duke.edu/education/ccp/materials/mvcalc/parasurfs/para1.html> (26.3.2017)
- [10] Raja Issa; Essential Mathematics for Computational Design, TU Delft, <https://www.slideshare.net/PirouzNourian/on-nurbs-geometry-representation-in-3d-modelling> (26.3.2017)
- [11] Autodesk Knowledge Network: About Analyzing Surface Continuity With Zebra Analysis, <http://help.autodesk.com/view/ACD/2016/ENU/?guid=GUID-82E5989F-C943-49A6-A6C6-834B81CC203B> (26.3.2017)